EXERCICES

Exercice 1 :

Calculer les limites suivantes :

$1°/\ \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x-\ln x}{2x+\ln x}$ $\quad 2°/\ \lim\limits_{x\to 0^+} x^2 \ln x$ $\quad 3°/\ \lim\limits_{x\to 0^+} x^n \ln^2 x$

$4°/\ \lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt{x}\ \ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$ $\quad 5°/\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+2x)}{\ln(1+x)}$

$6°/\ \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos x)}{x}$ $\quad 7°/\ \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\ln(\sqrt{x}+1)}{x}$ $\quad 8°/\ \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x^2+1)}{x}$

Exercice 2 :

Calculer les limites suivantes :

$1°/\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x^3+1)}{x}$ $\quad 2°/\ \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 - \ln(x^3+4)$

$3°/\ \lim\limits_{x\to+\infty} x\ \ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$ $\quad 4°/\ \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(1+\ln x)}{x}$

$5°/\ \lim\limits_{x\to+\infty} x\ \ln\left(\dfrac{2x+1}{2x+3}\right)$ $\quad 6°/\ \lim\limits_{x\to+\infty} x\ \ln x - (x+1)\ \ln(x+1)$

Exercice 3 :

A) 1°/ Démontrer que :

$\forall x \in [-\frac{1}{2}, +\infty[$, on a :

$$x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{2} \le \ln(1+x) \le x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$$

2°/ En déduire $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+x)-x}{x^2}$.